

Некоторые обратные задачи для преобразования Фурье

В. Э. Петров

Одно из основных приложений преобразования Фурье

$$F(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{ix\xi} dx, \quad f(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(\xi) e^{-i\xi y} d\xi$$

– спектральный анализ и восстановление сигналов. Задачей является восстановление оригинала $f(x)$ по некоторой неполной информации об образе и определенной априорной информации об оригинале. Классическая задача оптики – фазировка: заданы интенсивности $|f(x)|^2$, $|F(\xi)|^2$, требуется определить фазы

$$f(x) = |f(x)|e^{i\varphi(x)}, \quad F(\xi) = |F(\xi)|e^{i\psi(\xi)}.$$

Мы рассмотрим некоторые обратные задачи, допускающие явные решения. Например, найдем фазы, когда:

- задана интенсивность оригинала и вещественная часть изображения;
- оригинал задан на $(0, \infty)$ и известна интенсивность изображения;
- задан модуль вещественного оригинала и интенсивность изображения.

Попутно будут выведены некоторые новые общие формулы для преобразования Фурье, серьезно обобщающие равенство Парсеваля.