

Квазиклассические асимптотики спектра субкритического оператора Харпера

Екатерина Щетка

12 сентября 2018 г., 18:00, ПОМИ, ауд. 203

В докладе обсуждаются спектральные свойства оператора Харпера

$$(H_{\lambda,h}\psi)(x) = \psi(x+h) + \psi(x-h) + 2\lambda \cos(2\pi x)\psi(x), \quad x \in \mathbb{R}, \quad (1)$$

где $h > 0$ – параметр сдвига, $0 < \lambda < 1$ – константа связи. Для иррациональных h его спектр совпадает со спектром оператора почти-Матье (разностного оператора Шрёдингера на \mathbb{Z}) и является канторовым множеством.

В квазиклассическом пределе (при $h \rightarrow 0$), в критическом случае ($\lambda = 1$) геометрия спектра была изучена Элффером и Шострандом, и Буслаевым и Федотовым. Их методы позволяют описать шаг за шагом последовательности всё меньших и меньших лакун в спектре, то есть получить описание, подобное описанию классического канторова множества.

Мы используем метод монодромизации (метод Буслаева-Федотова) для изучения субкритического случая $0 < \lambda < 1$. В квазиклассическом пределе мы делаем первый шаг монодромизации и описываем последовательность лакун. Мы обнаруживаем, что при $h \rightarrow 0$ существует два совершенно разных асимптотических режима:

- на интервале $(0, 2-2\lambda)$ спектр асимптотически находится на подынтервалах длиной порядка h , разделённых лакунами, экспоненциально малыми по h ,
- на интервале $(2-2\lambda, 2+2\lambda)$ спектр асимптотически находится на подынтервалах, экспоненциально малых по h и разделённых лакунами длиной порядка h .

Доклад основан на совместной работе с А.А. Федотовым.