Асимптотика дискретного спектра, появляющегося в спектральных лакунах периодического оператора Шредингера на дискретном периодическом графе, при возмущении убывающим знакоопределенным потенциалом

по совместной работе с Е.Л.Коротяевым

Рассмотрим дискретный периодический оператор Шредингера $H := \Delta + Q$ на связном локально-конечном $\mathbb{Z}^d$-периодическом графе Γ, вложенном в $\mathbb{R}^d$; здесь Δ — дискретный оператор Лапласа на Γ, Q — вещественный ограниченный $\mathbb{Z}^d$-периодический потенциал на Γ. Оператор H возмущается знакоопределенным убывающим потенциалом V, заданным на графе Γ и имеющим степенную асимптотику на бесконечности

$$0 \leqslant V(x) \sim \vartheta(\frac{x}{|x|})|x|^{-d/p}, \quad |x| \to \infty, \quad p > 0. \tag{0.1}$$

Нас интересует спектр операторов $H_\pm(t) := H \pm tV$, $t > 0$, возникающий в спектральных лакунах оператора H. Предположим, что спектр оператора H содержит лакуну (Λ_+, Λ_-) (возможно полубесконечную). Поскольку потенциал V убывает на бесконечности, спектр операторов $H_\pm(t)$, $t > 0$, в лакуне (Λ_+, Λ_-) дискретен. Собственные значения операторов $H_\pm(t)$ монотонно движутся с ростом t. Основным объектом исследования являются считающие функции $N_\pm(\lambda, \tau, V)$, $\lambda \in [\Lambda_+, \Lambda_-]$, $\tau > 0$, равные числу собственных значений операторов $H_\pm(t)$, прошедших через точку λ при увеличении t от 0 до τ.

Основной результат работы состоит в следующем: *если возмущение удовлетворяет условию* (0.1)*, то считающие функции имеют степенную асимптотику по большой константе связи при всех $\lambda \in (\Lambda_+, \Lambda_-)$*

$$N_\pm(\lambda, \tau, V) \sim \Gamma_p^\pm(\lambda, H, V)\tau^p, \quad \tau \to +\infty. \tag{0.2}$$

Коэффициенты $\Gamma_p^\pm(\lambda, H, V)$ могут быть вычислены в терминах оператора H и возмущения V. При определенных условиях асимптотика (0.2) *имеет место и на краях лакуны.*